

Schnelle Optimierungsuntersuchungen mit der Momentenmethode durch Zerlegung der Impedanzmatrix

Dr. S. Frei, Audi AG, Ingolstadt,

Dr. R. Jobava, Dr. P. Tsereteli, Dr. F. Bogdanov, A. Gheonjian, EMCoS, Tiflis, Georgien

1 Einleitung

Numerische Berechnungen sind aus der praktischen EMV-Fahrzeugentwicklung nicht mehr wegzudenken. Sowohl für Konzeptentscheidungen in der Vorentwicklung als auch für Freigabebewertungen in der Serienentwicklung können Berechnungen wichtige Informationen liefern.

Im Automobilbereich hat sich die Momentenmethode (MoM) [1] für EMV- und Antennenberechnungen etabliert. Diese Methode hat den Vorteil, dass leitfähige Flächenstrukturen wie eine Karosserie, Dünndrahtstrukturen wie Antennen und komplexe Bordnetze sehr gut nachgebildet werden können. In den letzten Jahren ist die Momentenmethode mehrfach in zum Teil komfortablen und leistungsfähigen Programmen implementiert worden [2-7]. Es wird, meist ausgehend von der Elektrischen-Feld-Integralgleichung (EFIE), ein Gleichungssystem gebildet, das in Abhängigkeit von der Anzahl der Dreieckselemente und Segmente sehr groß sein kann. Dieses Gleichungssystem enthält Geometrieinformationen und die elektrischen Eigenschaften der Strukturen. Die resultierende sogenannte Impedanzmatrix ist vollbesetzt und komplex. Trotz vieler Bemühungen, auch iterative Lösungen zu etablieren, ist für die Gleichungssystemlösung immer noch der Gauß-Algorithmus das effizienteste und stabilste Verfahren. Mit Hilfe des Gauß-Algorithmus wird die Matrix invertiert und anschließend werden durch Multiplikation mit dem Lösungsvektor alle unbekannt Ströme des Gleichungssystems bestimmt. Ansätze zur schnelleren Lösung oder effizienteren Diskretisierung haben die Anwendung auf komplexe Geometrien in einigen Fällen einfacher gemacht [8,9], dennoch ist die Invertierung der resultierenden vollbesetzten Matrix extrem rechenzeitintensiv. Die notwendige Rechenzeit nimmt kubisch mit der Anzahl der Unbekannten zu. Die anschließende Multiplikation mit dem Lösungsvektor zur Bestimmung aller Ströme ist hingegen vom Zeitaufwand her vernachlässigbar.

Wenn Geometrie oder Impedanzen nur geringfügig geändert werden, war bisher in allen bekannten Implementierungen die komplette Matrix erneut zu invertieren. Besonders bei Optimierungsuntersuchungen, wenn durch nur geringfügige Variation einzelner Teile der Geometrie oder einzelner Impedanzen deren Einflüsse untersucht werden sollen, ist der notwendige Zeitaufwand oft inakzeptabel. Zur Behebung dieses Problems wurde ein neuer zweistufiger Algorithmus zur Lösung von Gleichungssystemen entwickelt und in dem Programm TriD implementiert. Dieser Algorithmus hat bei Optimierungsuntersuchungen einen großen Zeitvorteil. Der Algorithmus wird kurz vorgestellt, und Beispiele aus der Praxis werden gezeigt, die den Vorteil des Verfahrens deutlich belegen.

2 Verfahren

Zur Berechnung von Konfigurationen, bei denen sich die Struktur in zwei Teile zerlegen lässt, und ein Teil davon deutlich komplexer modelliert ist als der andere, wurde eine neue Methode zur schnelleren Lösung der resultierenden Gleichungssysteme entwi-

ckelt. Die Methode basiert auf einer speziellen Zerlegung des Gleichungssystems in Untermatrizen und die getrennte Invertierung der einzelnen Untermatrizen. Ein Teil der Untermatrizen ist fest und repräsentiert den größeren Teil der Struktur (Basisgeometrie), während der verbleibende zweite Teil (Zusatzgeometrie) variiert und den zu optimierenden, in der Regel kleineren Strukturteil abbildet. Der Zerlegungsalgorithmus wird erläutert und der theoretisch mögliche Zeitvorteil wird berechnet.

2.1 Die Momentenmethode - MoM

Die allgemeine Formulierung für ein Randwertproblem in der Geometrie G lautet folgendermaßen:

$$L(\vec{J}) = \vec{g} \quad (1)$$

G beschreibt bei der hier betrachteten Formulierung TriD in dem Programmpaket EMC Studio [7] eine Anzahl von Flächen, Leitungen sowie Verbindungen zwischen Leitungen und Flächen. L ist ein allgemeiner Integral-Differential-Operator, \vec{g} ist die Anregung auf G , und \vec{J} ist die unbekannte Stromdichte.

Um die Momentenmethode anwenden zu können, ist eine Diskretisierung der Geometrie G erforderlich. Hierbei werden Flächen durch Dreiecke und Leitungen durch kurze Segmente nachgebildet. Für die unbekannt Ströme wird der folgende allgemeine Ansatz gewählt:

$$\vec{J}(\vec{r}') = \sum_{n=1}^N I_n \vec{f}_n(\vec{r}') \quad (2)$$

dabei sind $\{\vec{f}_n(\vec{r}')\}_{n=1}^N$ nur in einzelnen Teilbereichen gültige Funktionen, I_n sind unbekannte Koeffizienten und N die gesamte Anzahl an Unbekannten (betrachtet auf Dreiecken, Leitungssegmenten und den Übergängen zu Dreiecken).

Setzt man (2) in (1) ein und wendet eine Testfunktion $\{\vec{w}_m(\vec{r}')\}_{m=1}^N$ an, reduziert sich (1) zu einem System von linearen Gleichungen, das in Matrixform folgendermaßen geschrieben werden kann:

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m] \quad (3)$$

$[Z_{mn}]$ ist hier die so genannte Impedanzmatrix mit den Elementen $Z_{mn} = \langle \vec{w}_m, L\vec{f}_n \rangle$, $[V_m]$ ist der Anregungsvektor mit den Elementen $V_m = \langle \vec{w}_m, \vec{g} \rangle$ und $[I_n]$ ist der Vektor aus unbekannt Koeffizienten der Stromentwicklung (2).

Im Ergebnis reduziert also der MoM-Ansatz ein Randwertproblem (1) auf die Lösung eines Gleichungssystems (3), das formuliert werden kann zu:

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m] \quad (4)$$

2.2 Partitionierender MoM-Algorithmus

Es wird nun angenommen, dass verschiedene Geometrien G_1, G_2, \dots, G_K existieren, von denen jede aus einer Anzahl von Dreiecken und Leitungssegmenten besteht. Weiterhin wird angenommen, dass alle Geometrien einen dominierenden Anteil $G^b = \bigcap_{k=1}^K G_k$ ge-

meinsam haben, der die Schnittmenge aus den Geometrien G_k , mit $k=1,2,\dots,K$, darstellt.

Die separate Behandlung aller Geometrien G_k , $k=1,2,\dots,K$, unter Anwendung eines konventionellen direkten MoM-Algorithmus nach 2.1 erfordert eine Gesamtberechnungszeit, welche die Zeit für die Behandlung einer einzelnen Geometrie deutlich überschreitet. Ziel des partitionierenden MoM-Algorithmus ist es, den konventionellen Lösungsansatz so zu erweitern, dass die Gesamtrechnungszeit für die Behandlung mehrerer zusammengesetzter Gesamtgeometrien minimiert wird.

Es wird nun angenommen, dass G_k unterteilt ist in die Basisgeometrie G^b und jeweils zusätzliche Anteile G_k^a , mit $k=1,2,\dots,K$, so dass $G_k = G^b + G_k^a$. Unter Betrachtung des Randwertproblems (1) sowie der Einführung von partitionierenden Entwicklung- und Testfunktionen für die Basisgeometrie G^b und einer einzelnen zusätzlichen Geometrie G_k^a kann (4) in eine Matrixgleichung mit der folgenden Blockstruktur überführt werden:

$$\begin{bmatrix} Z^{bb} & Z^{ba} \\ Z^{ab} & Z^{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^b \\ I^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^b \\ V^a \end{bmatrix}, \quad (5)$$

Die Gesamtanzahl der Unbekannten ist jetzt $N = N^b + N^a$ (N^a gibt die die Zahl der zusätzlichen Unbekannten durch die Geometrie G_k^a an).

Betrachtet man jetzt die LU-Zerlegung der Impedanzmatrix

$$\begin{bmatrix} Z^{bb} & Z^{ba} \\ Z^{ab} & Z^{aa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^{bb} & 0 \\ L^{ab} & L^{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^{bb} & U^{ba} \\ 0 & U^{aa} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

kann man sehen, dass die Zerlegung der Basisblockmatrix $Z^{bb} = L^{bb}U^{bb}$ identisch ist zu derjenigen, die man für eine Zerlegung allein basierend auf der Basisgeometrie G^b erhält. Das heißt, betrachtet man das erste Randwertproblem der Basisgeometrie G^b und speichert die invertierten Matrizen $L^{bb^{-1}}$ und $U^{bb^{-1}}$ für diese Geometrie, es ist möglich, nur die zusätzlichen Blöcke der partitionierenden Impedanzmatrix von (5) zu berechnen, um die zusätzlichen Anteile in der LU-Zerlegung (6) zu erhalten. Somit kann die Lösung des ursprünglichen Randwertproblems auf der Gesamtgeometrie G_k gefunden werden zu:

$$\begin{bmatrix} I^b \\ I^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{bb} & U^{ba} \\ 0 & U^{aa} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L^{bb} & 0 \\ L^{ab} & L^{aa} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V^b \\ V^a \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Die einzelnen Dreiecksmatrizen können invertiert werden mit:

$$\begin{bmatrix} I^b \\ I^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U^{bb^{-1}} & \tilde{U}^{ba} \\ 0 & U^{aa^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^{bb^{-1}} & 0 \\ \tilde{L}^{ab} & L^{aa^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^b \\ V^a \end{bmatrix}, \quad (8)$$

wobei $\tilde{U}^{ba} = -U^{bb^{-1}} U^{ba} U^{aa^{-1}}$ und $\tilde{L}^{ab} = -L^{aa^{-1}} L^{ba} L^{bb^{-1}}$ bedeuten.

In (8) besteht der entscheidende Teil der Berechnung in der Bestimmung der invertierten Blockmatrizen $L^{bb^{-1}}$ und $U^{bb^{-1}}$, die beide zu der Basisgeometrie G^b gehören. Die invertierten Matrizen müssen im ersten Schritt der Berechnung gespeichert werden. Wenn wie angenommen die zusätzlichen Anteil G_k^a der Gesamtgeometrien G_k wesentlich kleiner sind als G^b , benötigen die erneuten Berechnungen der LU-Zerlegung nach (8)

wesentliche weniger Berechnungsschritte als die mehrfache LU-Zerlegung der Gesamtgeometriematrizen. Diese Tatsache erlaubt bei zusätzlichen Berechnungen mit geringfügig modifizierten Geometrien eine deutliche Reduzierung der Berechnungszeit.

Der theoretische Zeitgewinn G , der hier als das Verhältnis zwischen Zusatzrechenzeit für die Behandlung der Teilmatrizen und der Gesamtrechenzeit für eine konventionelle Zerlegung angenommen wird, kann berechnet werden zu:

$$G = \frac{2/3(N^b + N^a)^3}{N^b N^a (2N^b + 1) + 2/3(N^a)^3} \quad (9)$$

Hierbei wird die erforderliche zusätzliche Matrixspeicherzeit außer Acht gelassen. Für $N^a \ll N^b$ kann diese Formel vereinfacht werden zu:

$$G = \frac{1/3(N^b + 3N^a)}{N^a} \quad (10)$$

In Abbildung 1 ist graphisch dargestellt, wie in Abhängigkeit vom Verhältnis zwischen Basisgeometrie zur Zusatzgeometrie der Rechenzeitgewinn zunehmen kann.

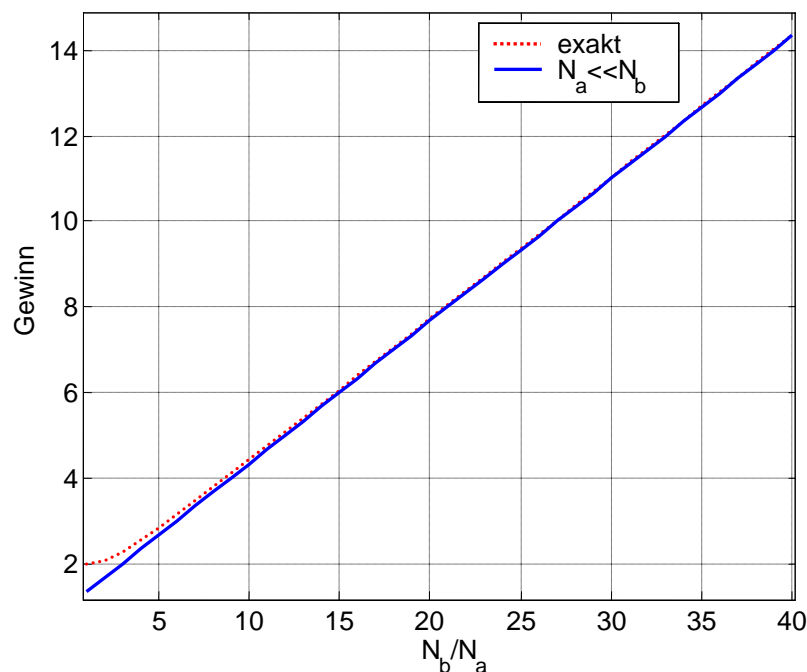


Abbildung 1: Theoretisch möglicher Zeitgewinn in Abhängigkeit von dem Größenverhältnis der Geometrieanteile

In der Praxis muss immer noch die Speicherzeit für eine Matrix hinzugerechnet werden. Diese nimmt aber nur mit quadratischer Ordnung in Abhängigkeit von der Anzahl der Unbekannten zu, während die Invertierungszeit mit kubischer Ordnung zunehmen würde.

3 Anwendungsbeispiele

Anhand von zwei praxisnahen EMV-Simulationen aus der Automobil-EMV wird gezeigt, wie durch das beschriebene Verfahren der Matrixzerlegung deutlich Rechenzeit eingespart werden kann. Das erste Beispiel zeigt die Untersuchung verschiedener felderzeu-

gender Strukturen für Störfestigkeitsuntersuchungen am Gesamtfahrzeug. Das zweite Beispiel zeigt wie mit der Momentenmethode ESD-Labormessverfahren untersucht und optimiert werden können.

Bei den Zeitangaben wurde nicht nur die Invertierungszeit der Matrix sondern die insgesamt für die Lösung notwendige Laufzeit des Programms angegeben. Die Matrix-Speicher- und Lesezeiten wurden also mitberücksichtigt. Die Berechnungen wurden auf einem Pentium IV Rechner mit 3 GHz-Taktfrequenz und 2 GB RAM durchgeführt. Der Rechenzeitgewinn im Vergleich zur herkömmlichen Herangehensweise wird dargestellt.

3.1 Beispiel 1 – Berechnung der Kfz-Störfestigkeit in einer Absorberhalle

Für Störfestigkeitsuntersuchungen im Frequenzbereich 6 – 30 MHz werden bei der Audi AG eine Log-Per-Antenne (Abbildung 2) und eine Streifenleitungsstruktur (Abbildung 3), verwendet. Beide Prüfmittel erzeugen bei der Untersuchung der Störfestigkeit eines Fahrzeuges unterschiedliches Verhalten, trotz normenkonformer Kalibration entsprechend ISO 11451. Auch die genaue konstruktive Ausführung einer Streifenleitung kann bei höheren Frequenzen das Fahrzeugverhalten beeinflussen. Mit der Methode der Partitionierten Matrix wurden verschiedene Koppelstrukturen untersucht und die Unterschiede analysiert. Die Ergebnisse der Untersuchungen sollen hier nicht dargestellt werden. Ziel ist es, die mögliche Reduzierung der Berechnungszeit bei Verwendung des Matrix-Partitionierungsverfahrens an diesem Beispiel darzustellen.

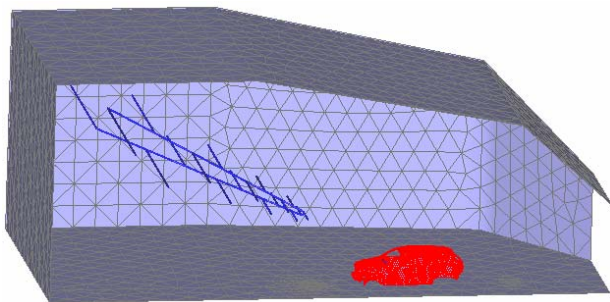


Abbildung 2: Untersuchung der Störfestigkeit eines Fahrzeugs mit einer Log-Per-Antenne

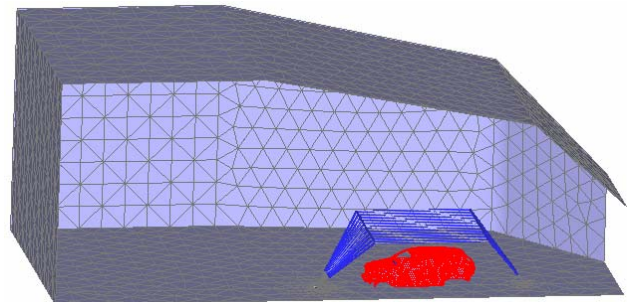


Abbildung 3: Untersuchung der Störfestigkeit eines Fahrzeugs mit einer Streifenleitung

Da auch die umgebende Absorberhalle das Verhalten beeinflusst, musste diese mitmodelliert werden. Im unteren Frequenzbereich sind die Absorber an den Wänden wirkungslos und konnten vernachlässigt werden. Aufgrund Probleme der auf der EFIE basierenden MoM mit geschlossenen leitfähigen Strukturen wurden kleinere Öffnungen, die nur geringen Einfluss besitzen, hinzugefügt.

Die Gesamtstruktur setzt sich aus den in Tabelle 1 gezeigten Einzelstrukturen zusammen.

In Tabelle 2 sind die für Berechnung der beiden Konfigurationen benötigten Berechnungszeiten für eine Frequenz dargestellt.

Bei zwei Konfigurationen beträgt die Rechenzeit des neuen Algorithmus etwa 61% der Zeit des konventionellen Ansatzes. Wesentlich deutlicher wird der Performancegewinn, wenn eine größere Anzahl unterschiedlicher Streifenleitungskonfigurationen für Opti-

mierungsuntersuchungen berechnet wird. In diesem Fall kann sich die Rechenzeit auf bis zu 17% der Rechenzeit des konventionellen Ansatzes reduzieren.

	Geometrie	Anzahl der Unbekannten N
Basisgeometrie	Fahrzeug	8281
	Leitung im Fahrzeug	72
	Halle	5603
Zusatzgeometrie	Log-Per-Antenne	642
	Streifenleitung	483

Tabelle 1: Untersuchte Strukturen

			konventioneller Ansatz		Matrix-Partitionierungs-Algorithmus		
	N Basis-geometrie	N Zusatz-geometrie	Berechnung Geometrie [h]	Gesamtzeit [h]	Berechnung Basis-geometrie [h]	Berechnung Zusatz-geometrie [h]	Gesamtzeit [h]
Log-Per-Antennenkonfiguration	13956	483	0.758	1.54	0.69	0.121	0.946
Streifenleitungskonfiguration	13956	642	0.782			0.135	

Tabelle 2: Gesamtmatrizengrößen und Berechnungszeiten

3.2 Beispiel 2 – Einkopplung von indirekten ESD in verschiedene Normenaufbauten

Im zweiten Beispiel geht es um Grundsatzuntersuchungen zur ESD-Einkopplung in Leitungen in Laboraufbauten. Hierbei wird für verschiedene Konfigurationen untersucht, wie Ausrichtung und Position eines ESD-Generators die Einkopplung in eine Leitung beeinflusst.

	Geometrie	Anzahl der Unbekannten N
Basisgeometrie	Platte	4337
	Koppelleitung	37
Zusatzgeometrie	ESD-Generator	30

Tabelle 3: Untersuchte Strukturen

Die Untersuchungen wurden auch im Frequenzbereich durchgeführt, um die frequenzabhängige Verkopplung zu bewerten. Auch hier kann das Matrix-Partitionierungsverfahren vorteilhaft angewendet werden.

Die Gesamtstruktur setzt sich aus den in Tabelle 3 gezeigten Einzelstrukturen zusammen. Insgesamt wurden 12 Konfigurationen untersucht.

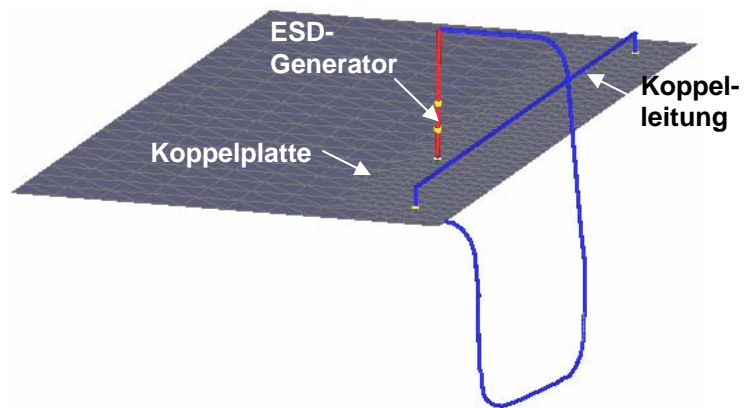


Abbildung 4: ESD-Generator in senkrechter Position, Einkopplung in die Plattenfläche

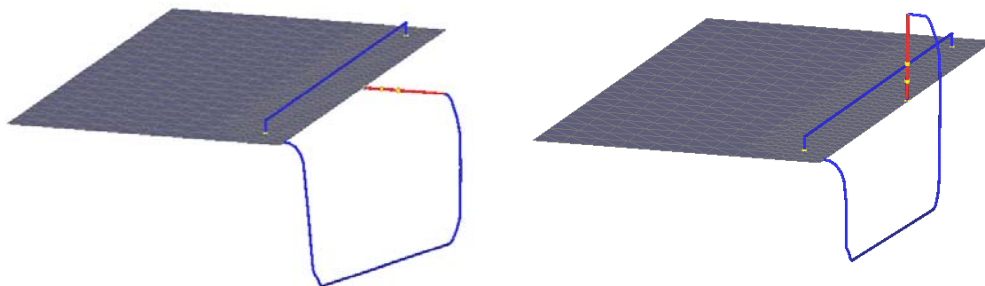


Abbildung 5: ESD-Generatoren in senkrechter und waagrechter Position, Einkopplung in die Plattenkante

			konventioneller Ansatz		Matrix-Partitionierungs-Algorithmus		
	N Basis-geometrie	N Zusatz-geometrie	Berechnung Geometrie [s]	Gesamtzeit [h]	Berechnung Basis-geometrie [s]	Berechnung Zusatz-geometrie [s]	Gesamtzeit [s]
Konfiguration 1	4337	30	58.969	708	72.625	2.641	104
Konfiguration	
Konfiguration 12	4337	30	58.969			2.641	

Tabelle 4: Gesamtmatrizengrößen und Berechnungszeiten

In Tabelle 4 sind die für Berechnung aller Konfigurationen benötigten Berechnungszeiten für eine Frequenz dargestellt.

Bei 12 Konfigurationen beträgt die Rechenzeit des neuen Algorithmus nur etwa 15% der Zeit des konventionellen Ansatzes. Der Performancegewinn wird weiter gesteigert, wenn eine noch größere Anzahl an Konfigurationen berechnet wird. In diesem Fall kann

sich die Rechenzeit auf bis zu 4,5% der Rechenzeit des konventionellen Ansatzes reduzieren.

4 Zusammenfassung

Zur deutlichen Beschleunigung von Optimierungs- und Variantenuntersuchungen wurde für die Momentenmethode ein neues Verfahren zur schnelleren Invertierung der resultierenden Gleichungssysteme entwickelt. Durch Zerlegung der Impedanzmatrix ist es nach einer einmaligen Invertierung der den dominierenden Anteil beschreibenden Matrix möglich, einzelne Teile der Gesamtstruktur zu variieren. Wenn die variierenden Teile vergleichsweise klein sind, ist die Zeit für die Berechnung einer Variante deutlich kürzer als die Zeit, die für eine konventionelle Invertierung der gesamten Impedanzmatrix notwendig ist.

Besonders bei EMV-Untersuchungen mit unterschiedlichen Koppelstrukturen oder Optimierungsuntersuchungen kann das Verfahren vorteilhaft angewendet werden. Mit Hilfe von zwei typischen Beispielen aus der KFZ-EMV wurde die Leistungsfähigkeit des Verfahrens untermauert.

5 Literatur

- [1] R. F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, IEEE Press, New York, 1993
- [2] J. C. Logan and J. W. Rockway, The new MININEC (Version 3): A mini-numerical electromagnetic code, NOSC Technical Document 938, Naval Ocean Systems Center, San Diego, Sept. 1986
- [3] G. J. Burke and A. J. Poggio, Numerical Electromagnetics Code (NEC) – Method of Moments, Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, CA. 1981
- [4] E. H. Newman, A user's manual for the electromagnetic surface patch code (ESP), ElectroScience Lab Rep. 713402-1, Ohio State Univ., under Grant DAAG29-81-K-0020, for U.S.Army Res. Office, Reserch Triangle Park, NC, 1981
- [5] T. Mader, Berechnung elektromagnetischer Felderscheinungen in abschnittsweise homogenen Medien mit Oberflächenstromsimulation, Dissertation, TU Hamburg–Harburg, 1992
- [6] U. Jakobus, Erweiterte Momentenmethode zur Behandlung kompliziert aufgebauter und elektrisch großer elektromagnetischer Streuprobleme, Dissertation, Institut für Hochfrequenztechnik, Univ. Stuttgart, 1995
- [7] F. G. Bogdanov, R. G. Jobava, P. Tsereteli, TriD: Tri-Dimensional Code for Electromagnetic Modeling of Arbitrary Surface and Wire Configurations, User's Guide, 2005, www.emcos.com
- [8] M. Bucker, Enhanced numerical integration technique, in Proc. IEEE 1999 International EMC Symposium, Seattle, Washington, 1999, pp. 328-333
- [9] F. G. Bogdanov, R. G. Jobava, S. Frei, Scheme of improving accuracy of MoM solutions based on analyzing boundary conditions performance, East-West Workshop, ATE-2004, Warszawa, 2004, pp. 217-224